پژوهش در مدیریت و مهندسی صنایع، شماره ۱۴ ، تابستان ۱۳۹۷، ص ۴۹- ۳۹

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

فصلنامه علمی پژوهش در مدیریت و مهندسی صنایع (سال چهارم)
شماره ۱۴ / تابستان ۱۳۹۷ / ص ۴۹- ۳۹

ارائه مدل ریاضی برای بهینه سازی مسئله مکان یابی تسهیلات و طراحی شبکه با در نظرگرفتن تراکم کمان ها

حمیدرضا صانعیان [۱]، غلامعلی رئیسی اردلی [۲]

[۱] دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی اصفهان.

[۲] دانشیار، عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی صنایع و سیستم ها دانشگاه صنعتی اصفهان.

نام نویسنده مسئول:
حمیدرضا صانعیان

چکیده

در اکثر مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات، ساختار شبکه از قبل تعریف‌شده است، درحالی‌که ممکن است در مسائل کاربردی چنین موضوعی قابل‌قبول نباشد. لذا تعیین مکان تسهیلات و تغییر شبکه اصلی به‌صورت هم‌زمان، در بسیاری از مسائل مهم تلقی می‌شود. همچنین درصورتی‌که بنا به هر دلیلی در یک شبکه، خرابی رخ دهد و سیستم نتواند خدمت‌دهی کند، این خرابی در تعیین مکان تسهیلات و طراحی شبکه تأثیرگذار است. با توجه به موارد فوق در این تحقیق مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات – طراحی شبکه به‌عنوان مسئله پایه‌ای انتخاب‌شده است و با در نظر گرفتن ترافیک برای کمان‌ها، مسئله به شرایط واقعی نزدیک‌تر می‌شود . دراین مقاله این مسئله به عنوان مسئله جدید مورد بررسی قرار گرفته و برای حل آن یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مختلط ارائه شده است. سپس اعتبار مدل ارائه شده با حل دقیق در ابعاد کوچک در نرم افزار گمز نتیجه گرفته شد.

واژگان کلیدی: مکان یابی تسهیلات، طراحی شبکه، تراک کمان، برنامه ریزی عدد صحیح.

پژوهش در مدیریت و مهندسی صنایع، شماره ۱۴ ، تابستان ۱۳۹۷، ص ۴۹ - ۳۹

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

مقدمه

سرویس‌دهی به مشتریان در یک شبکه همواره مسئله‌ای چالش‌برانگیز در مسائل مکان‌یابی تسهیلات [1]روی شبکه بوده است[۱]. برای افزایش سطح سرویس به مشتریان تصمیم‌گیرندگان شبکه معمولاً اقدام به افزایش تعداد تسهیلات موجود در شبکه می‌گیرند که الزاماً نمی‌تواند به‌عنوان راهکار بهینه در کاهش هزینه‌های شبکه مطرح شود. چرا که محل قرارگرفتن تسهیلات، چگونگی تخصیص مشتریان به تسهیلات و همچنین مسیریابی حرکت مشتریان به تسهیلات می‌تواند در هزینه‌های شبکه مؤثر باشد.

نکته مهم دیگری که بایستی در مکان‌یابی تسهیلات بر روی شبکه به آن توجه داشت این است که باوجود اثر عمیقی که توپولوژی شبکه اصلی ممکن است بر روی مکان‌یابی تسهیلات داشته باشد، ولی همه این مدل‌های کلاسیک، تسهیلات را بر روی یک شبکه مفروض و از پیش تعیین‌شده مکان‌یابی می‌کنند. درصورتی‌که در دنیای کاربردی این موضوع کمتر واقعیت داشته و شبکه‌ها عموماً قابل‌تعیین و طراحی کردن می‌باشند[۲].

با توجه به موارد بالا مسئله‌ی مکان یابی تسهیلات و طراحی شبکه [3] از دسته مسائل مکان‌یابی تسهیلات در شبکه به‌عنوان مسئله پایه‌ای می‌شود که در آن از یک سو امکان در نظرگیری مکان‌یابی تسهیلات، تخصیص مشتریان به تسهیلات و مسیریابی تخصیص مشتریان به‌صورت هم‌زمان وجود دارد و از سوی دیگر امکان تغییر در شبکه‌ی موجود وجود دارد. جایگاه مسئله $FLNDP$ در مسائل مکان یابی شبکه به شرح جدول ۱ توضیح داده شده است.

در مسئله $FLNDP$ تجهیزات سرویس‌دهنده و کمان‌های ارتباطی دارای ظرفیت محدودی هستند و همچنین کمان‌های شبکه همواره در حال کار نیستند و در طول عمر خود بنا به دلایل مختلفی ازجمله بلایای طبیعی و مصنوعی دچار خرابی می‌شوند. درنتیجه برای گسترش مسئله و واقعی‌تر کردن آن، فرض در نظر گرفتن ظرفیت کمان‌ها و تسهیلات و همچنین فرض در نظر گرفتن ترافیک کمان به‌عنوان عامل خرابی کمان‌ها به مسئله‌ی پایه‌ای اضافه می شود و مسئله تحقیق حاضر تحت عنوان مسئله مکان یابی تسهیلات و طراحی شبکه با در نظرگرفتن تراکم کمان ها [4] معرفی می گردد.

مسئله مکان‌یابی تسهیلات روی شبکه به دلیل کاربردهایی که در مکان‌یابی مراکز خدمات عمومی و خصوصی در شهرها، شبکه‌های توزیع انرژی و شبکه‌های ارتباطی و کامپیوتری دارد از مدت‌ها قبل موردتوجه قرارگرفته است . هدف کلی آن پیدا کردن جواب بهینه، به‌گونه‌ای است که هزینه‌ی ساخت در افق کوتاه‌مدت و هزینه سفر در افق بلندمدت حداقل شود[۲].

حال در ادامه موضوع به برخی از کاربردهای اساسی مدل‌های موردبحث که ممکن است در دنیای واقعی به وقوع بپیوندد اشاره می‌شود[۳] :

۱- برنامه‌ریزی منطقه‌ای: شاید مهم‌ترین کاربرد مستقیم این مدل‌ها، طراحی زیرساخت‌های حمل‌ونقل است. در چنین مواردی دولت ممکن است ساخت یک سیستم بزرگراه جدید و همچنین مکان‌یابی تسهیلات دولتی مثل دفاتر پستی، مدارس، آتش‌نشانی‌ها و پایگاه‌های نظامی را به‌طور هم‌زمان موردبررسی قرار دهد.

۲- ماشین‌های هدایت‌کننده خودکار : امروزه برای جابجایی مواد در کارخانجات تولید به‌طور گسترده از AGV استفاده می‌شود. در هنگام طراحی چنین سیستمی تعداد مکان ایستگاه‌های گذاشت و برداشت و همچنین چگونگی اتصال آن‌ها به هم به‌وسیله مسیرهای راهنمایی AGV باید تعیین شوند.

۳- شبکه خطوط هوایی : در آمریکا پروازهای بدون توقف بین بسیاری از شهرها وجود داشت. اما امروزه بسیاری از آن‌ها شامل محور و اسپوک [5] هستند. یک فرودگاه محور، پروازهای ارتباط‌دهنده‌ای را بین سایر فرودگاه‌های کوچک‌تر فراهم می‌کند. یک اسپوک یک پرواز ارتباط‌دهنده است. باوجوداینکه شبکه‌های محور و اسپوک معمولاً مستلزم این است که مسافران پروازهای خود را تغییر دهند، ولی در عوض ارتباطات زود به‌زودی را بین شهرها برقرار می‌کنند. واضح است که سطح ارتباطات فراهم‌شده توسط این شبکه بستگی به توپولوژی آن‌ها و مکان‌های محور دارد

[1] Facility Location (FL)
[2] Network Design (ND)
[3] Facility Location Network Design Problem (FLNDP)
[4] Facility Location Network Design Problem with Link Congestion (FLNDLC)
[5] Hubs & Spokes

پژوهش در مدیریت و مهندسی صنایع، شماره ۱۴، تابستان ۱۳۹۷، ص ۴۹ – ۳۹
ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

جدول ۱: جایگاه مسئله FLNDP در مسائل مکان یابی شبکه

نام مدل	تابع هدف		محدودیت‌ها						
	نوع تابع هدف	متغیر هدف	تعداد تسهیلات	تخصیص	محدودیت بودجه	شعاع پوشش	حمل‌ونقل بین تسهیلات	تعیین مسیر تخصیص	شبکه تحت بررسی
SCLP	کمینه	تعداد تسهیلات جهت پوشش تمام گره‌ها	متغیر	ندارد	بررسی	دارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
MCLP	بیشینه	تقاضای پوشش داده‌شده	پارامتر	ندارد	بررسی	دارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
P-Center	کمینه	حداکثر فاصله‌ی نقاط تقاضا ئ تسهیلات	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
P-Dispersion	کمینه	فاصله‌ی بین تسهیلات	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	دارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
P-Median	کمینه	کل فاصله پیموده شده بین نقاط تقاضا و تسهیلات	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
FCLP	کمینه	کل هزینه استقرار و هزینه حمل‌ونقل	متغیر	دارد	بررسی	ندارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
HLP	کمینه	هزینه کل حمل‌ونقل	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	دارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
MLP	بیشینه	کل هزینه سفر	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
FCLM	بیشینه	جریان جذب‌شده	پارامتر	دارد	بررسی	ندارد	ندارد	ندارد	از قبل داده‌شده است
FLND	کمینه	مجموع هزینه حمل‌ونقل و هزینه ساخت کمان و هزینه‌ی استقرار تسهیلات	متغیر تصمیم	دارد	دارد	ندارد	ندارد	دارد	امکان تغییر در آن وجود دارد

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

۴- شبکه‌های ارتباطی: معمولاً مشتریان به‌وسیله سیم‌های مسی و یا فیبر نوری و با کمک مراکز سوئیچینگ به یکدیگر متصل می‌شوند. همچنین شرکت‌های تلفنی به‌منظور ترکیب تماس‌ها از دستگاه‌های متمرکز کننده و یا مرکب بهره می‌گیرند. این دستگاه‌ها با قرارگیری در گره‌ی شبکه باعث کاهش تعداد تماس‌ها و درنتیجه کاهش ظرفیت مورداستفاده کابل‌ها می‌گردند. به همین دلیل این مسئله بین مرکز سوئیچ یا تسهیلات متمرکز کننده از یک‌سو و تعداد کابل‌های مرتبط و کاهش ظرفیت‌های موردنیاز شبکه از سوی دیگر موازنه برقرار می‌کند و این موازنه می‌بایست به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفته شود.

۵- شبکه انتقال قدرت: این شبکه‌ها ازلحاظ ساختاری مشابه سیستم‌های ارتباطی می‌باشند. درزمانی که یک شبکه‌ی جدید ساخته می‌شود و یا افزایش ظرفیت در یک شبکه صورت می‌گیرد شرکت‌های الکتریکی نیز به افزایش تسهیلات و یا خطوط می‌پردازند. این مناطق متقاضی به‌طور ویژه علاقه‌مند به داشتن یکی از فنّاوری‌های به‌روز و پیشرفته از قبیل کنترل‌کننده‌های حالت‌جامد می‌باشند. این سوئیچ‌ها می‌توانند به‌صورت قابل‌ملاحظه‌ای باعث افزایش ظرفیت انتقال شبکه گردند. درنتیجه خطوط دید و یا ایستگاه‌های تولیدشده نیازی به سرمایه‌های بالقوه چند میلیارد دلاری نخواهند داشت.

۶- شبکه‌های خط لوله: در سیستم‌های انشعاب خط لوله جهت انتقال نفت، آب یا گاز موازنه هزینه‌های عملیاتی و ثابت پمپاژ به میزان و اندازه‌ی لوله‌های احداث‌شده وابسته است. برای مثال در جنوب کالیفرنیا در منطقه‌ای که کمبود آب بسیار شایع است . برنامه ریزان بامطالعه راه‌هایی به دنبال حداکثر سازی استفاده مجدد از آب‌های هدررفته می‌باشند که به‌صورت یک شبکه شامل بازسازی و انتقال تسهیلات خطوط لوله کانال‌ها و مسیرهاست.

پیشینه تحقیق

در اکثر مسائل مکان‌یابی تسهیلات در شبکه، فرض بر این است که شبکه داده‌شده و کمان‌ها از قبل مشخص‌شده‌اند و تحت این شرایط مکان بهینه‌ی تسهیلات مشخص می‌شود. در مواردی که توپولوژی شبکه موردبررسی نقش مهمی در مکان بهینه تسهیل بازی می‌کند می‌توان با ترکیب دو مسئله مکان‌یابی تسهیلات و طراحی شبکه، جواب بهینه مناسب‌تری یافت. در ادامه تعدادی از مقالات کلیدی منتشر شده برای حل *FLNDP* ارائه می شود.

برمن و همکاران در سال ۱۹۹۲ نشان دادند که کارایی یک شبکه حمل‌ونقل با تسهیلات موجود که با هزینه‌های حمل‌ونقل اندازه‌گیری می‌شود، می‌تواند با ایجاد تغییراتی در شبکه موجود افزایش یابد. آن‌ها در این مقاله تحت سناریوهای متفاوتی کمان‌هایی را به شبکه اضافه و یا از شبکه حذف کردند سپس با روش‌هایی دقیق و ابتکاری مقدار بهینه عملکرد تسهیلات موجود را اندازه گرفتند و مشاهده کردند در مواردی می‌توان با تغییر در شبکه کارایی شبکه را افزایش داد[۴].

داسکین و همکاران در سال ۱۹۹۳ با ترکیب دو مسئله‌ی *FL* و *ND* ، مسئله‌ی *FLNDP* را معرفی کرده و نتایج مقدماتی را مطرح کردند که نشان‌دهنده‌ی اثرات استفاده از *ND* در جواب بهینه‌ی *FL* و کاهش هزینه‌ها بود. آن‌ها نتایجی ارائه دادند که نشان می‌داد یک تعامل رفت و برگشتی بین هزینه ساخت کمان و قرار دادن تسهیلات وجود دارد. آن‌ها مسئله‌ی خود را در حالتی که تقاضا بین تسهیلات و مشتریان وجود ندارد با استفاده از مدل *MIP* حل کردند[۱].

ملکت در تز دکترای خود در سال ۱۹۹۶سه مدل*MCLNDP* و *UFLNDP* و *CFLNDP* برای *FLNDP* پیشنهاد داد که نتایج آن در ملکت و سانجای در سال ۲۰۰۱ با ارائه دو مقاله منتشر گردید[۱].

در تز دکترای ککینگ که نتایج آن در دو مقاله‌ی ککینگ در سال ۲۰۰۸ و ککینگ و رینلت در سال ۲۰۰۹ منتشر شد روش‌های جدیدی برای حل *FLNDP* با محدودیت بودجه ارائه شد که شامل روش‌های ابتکاری حریصانه و جستجوی محلی ، روش‌های فرا ابتکاری *SA* و جستجوی همسایگی و روش دقیق شاخه و کران است [۱].

کامپل و همکاران در سال ۲۰۰۹ مدلی ارائه کردند که در آن هدف حداقل کردن زمان سفر در یک شبکه بود. در این مدل هیچ تصمیمی برای مکان‌یابی تسهیلات گرفته نمی‌شد. بلکه مدل با انتخاب مکان‌هایی از شبکه بالقوه سعی در حداقل کردن قطر شبکه دارد[۵].

در سال ۲۰۱۰ کنترارس و همکاران مسئله *THLP* را به‌عنوان حالت خاصی از *FLND* معرفی کرده و برای حل آن‌یک فرمول ریاضی بر اساس جریان ارائه دادند. سپس در ادامه چندین نامعادله ساده‌سازی رسیدن به جواب به مدل اضافه کردند و مدل را با استفاده از روش شاخه‌وکران تا ۲۵ گره به‌صورت دقیق حل کردند.در سال ۲۰۰۶ در مقاله‌ای دیگر منتشرشده توسط کنترارس و همکارانش برای مسئله *THLP* فرمول ریاضی بر اساس رویکردی از مسیر ارائه شد و با استفاده از نامعادلات محدودکننده در روش لاگرانژ توانستند مسئله را با استفاده از روش شاخه و کران تا ۱۰۰ گره حل کنند[۶].

کنترارس و همکاران در سال ۲۰۱۲ به دو روش مختلف مسئله‌ی *FLNDP* را فرموله کردند. از بین این دو مدل ریاضی به‌دست‌آمده مدل اول به دلیل استفاده از متغیرهای زیاد و به‌تبع آن زمان حل بالا مورداستفاده قرار نگرفت و بر روی مدل دوم کار شد. در ابتدا مدل خطی

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

شده سپس با استفاده از نامعادلاتی فضای حل مدل محدود شد. برای حل این مدل ریاضی از روش شاخه و کران استفاده شد که با استفاده از یک الگوریتم ابتکاری حد بالای موردنیاز روش شاخه و کران محاسبه شد[۷].

مدل‌های سنتی *FLND* براین اساس طراحی‌شده‌اند که کمان‌ها ساخته می‌شوند، تسهیلات در مکان بهینه قرار داده می‌شوند و تا همیشه بدون شکست کار می‌کنند. درواقع امکان خرابی برای آن‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. این موضوع در حالی است که هم تسهیلات و هم کمان‌های یک شبکه در طول زمان تحت تأثیر عواملی مانند: تراکم بالا، بلایای طبیعی، خطاهای انسانی، فرسودگی و غیره دچار شکست می‌شوند. این خرابی‌ها بر کل شبکه اثر می‌گذارند، به‌طوری‌که باعث می‌شوند تقاضای یک تسهیل خراب به سایر تسهیلات منتقل‌شده و منجر به افزایش هزینه سفر در شبکه شود و یا جریان یک کمان خراب به سایر کمان‌ها اختصاص یابد و در سایر کمان‌ها تراکم ایجاد گردد [۸]. در ادامه مقالات کلیدی در بررسی خرابی ها و تراکم در شبکه می پردازد معرفی می گردد.

مدل‌هایی که درزمینه‌ی بهبود خدمات درمانی کارشده است بیشتر بر روی تعیین مکان بهینه مراکز سرویس‌دهی تمرکز داشته‌اند. در سال ۱۹۹۱ رحمان و اسمیت از یک مدل برای یافتن مکان مناسب برای مراکز درمانی جدید در بنگلادش استفاده کردند[۹]. هم‌چنین در سال ۲۰۰۰ رحمان و اسمیت مروری بر مسائل مکان‌یابی تخصیص و کاربرد آن برای خدمات درمانی انجام داده‌اند [۱۰].چرچ و موراوسکی در سال ۲۰۰۹ رویکردی جدید اتخاذ کرده و با ثابت فرض کردن مکان و تعداد مراکز درمانی، بر روی افزایش دسترس‌پذیری شبکه‌ی حمل‌ونقل تمرکز کردند[۱۱].

جبار زاده در سال ۲۰۱۲ به بررسی مسئله‌ی طراحی زنجیره تأمین، در حالتی که ریسک خرابی در تسهیلات وجود دارد پرداخت . سپس مسئله را به‌صورت یک مدل ریاضی *MINLP* باهدف حداکثر کردن سود کلی زنجیره نوشت. با حل مدل به‌صورت هم‌زمان تعداد تسهیلات، مکان تسهیلات و خرابی‌های ممکن برای تسهیلات مشخص می‌گردد[۱۲].

شیشه‌بری و جبل عاملی در سال ۲۰۱۳ با اضافه کردن تسهیل پشتیبان در مواردی که شرایط حداقل برآورده نمی‌شود سعی در بالا بردن قابلیت اعتماد تسهیلات داشتند. همچنین محدودیت بودجه برای سرمایه‌گذاری نیز در نظر گرفته‌شده است. آن‌ها برای حل مدل خود از یک مدل غیرخطی عدد صحیح مختلط استفاده کرده‌اند. در آخر نیز تحلیل حساسیتی برای مشخص شدن حساسیت جواب بهینه نسبت به تغییرات در پارامترها انجام‌گرفته است . در این مقاله فرض می‌شود که تسهیلات مورداستفاده در مدل در ابتدای شروع به فعالیت سالم هستند و سپس در طی زمان در اثر عواملی مانند اشتباهات نیروی انسانی، بلایای طبیعی خراب می‌شوند. همچنین فرض می‌شود پس از وقوع خرابی در یک تسهیل تقاضای آن به نزدیک‌ترین تسهیل انتقال می‌یابد.درنتیجه هزینه حمل‌ونقل اضافه و تخصیص دوباره وجود دارد که در کل برای هزینه‌ی اضافه‌شده سقف مجازی در نظر گرفته می‌شود[۱۳].

شیشه‌بری و همکاران در سال ۲۰۱۴ در مقاله‌ای یک مدل *MIP* با در نظر گرفتن خطر خرابی تسهیل برای مسئله *FLND* ارائه کردند. در این مدل ابتدا هزینه‌های استقرار تسهیلات، ساخت کمان و هزینه‌های حمل‌ونقل در نظر گرفته‌شده، سپس با توجه به خطر خرابی هر تسهیل، هزینه‌ای اضافی برای تقویت سیستم اضافه می‌شود. مدل ارائه‌شده به دنبال کمینه کردن هزینه کل است. آن‌ها برای حل مدل ابتدا با استفاده از روش‌هایی کارآمد، مدل را خطی کردند. سپس با حل چندین مثال عددی توسط مدل کارایی آن ثابت‌شده است[۱۴].

تعریف مسئله

هدف از حل مدل انتخاب گره‌هایی جهت قرار دادن تسهیلات است . پس از قرار دادن تسهیل با ظرفیت مشخص، تسهیل با حرکت در شبکه هم درصدی از ظرفیت کمان‌ها را اشغال می‌کند و هم درصدی از تقاضای مشتریان را پوشش می‌دهد. درصورتی‌که در این فرایند ظرفیت اشغال‌شده‌ی یک کمان در اثر عبور تسهیلات از حد استانداردی بالا رود مدل اقدام به ساخت کمان جدیدی در همان امتداد و به‌اندازه‌ی ظرفیت کمان اصلی می‌نماید. پس درواقع در مسئله‌ی تحت بررسی به مکان‌یابی، تخصیص و مسیریابی به‌صورت هم‌زمان با در نظر گرفتن ظرفیت اشغال‌شده‌ی کمان به‌عنوان خرابی کمان و امکان طراحی شبکه بر اساس آن موردبررسی قرار می‌گیرد.

فرضیات مسئله

برای حل مسئله فرضیات مختلفی برای محدود کردن فضای حل در نظر گرفته می‌شود:

۱- مسئله در حالت ایستا و غیر پویا حل می‌شود. درواقع تمامی پارامترهای واردشده در مدل با فرض ثابت بودن مقدار آن‌ها در طول زمان مورداستفاده قرار می‌گیرد.
۲- مشتریان دارای تقاضای قطعی[6] هستند.
۳- برای کمان‌ها و تسهیلات ظرفیت قطعی در نظر گرفته می‌شود.

[6] Deterministic

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

۴- میان تقاضای مشتری، ظرفیت کمان و ظرفیت تسهیل رابطه‌ی یک‌به‌یک وجود دارد . به این معنا که هر واحد از ظرفیت تسهیل با عبور از کمان، یک واحد از ظرفیت کمان را اشغال کرده و درنهایت یک واحد از تقاضای مشتری را پاسخ می‌دهد.

۵- تنها یک نوع تقاضا داریم و به‌تبع آن تسهیلات نیز تنها یک نوع خدمت ارائه می‌دهند.

۶- تقاضای یک مشتری می‌تواند توسط چندین تسهیل برآورده شود و در مقابل هر تسهیل نیز می‌تواند تقاضای چندین مشتری را برآورده کند۷.

۷- مدل درون‌زاست و تعداد تسهیل لازم جهت استقرار را خودش تعیین می‌کند و به‌عنوان پارامتر ورودی در نظر گرفته نمی‌شود.

۸- هزینه قرار دادن تسهیلات در نظر گرفته می‌شود.

۹- با توجه به ماهیت مسئله در واقعیت، گراف نشان‌دهنده‌ی شبکه تحت بررسی به‌صورت یک گراف ساده (غیر جهت‌دار) و ناکامل بیان می‌شود

۱۰- کمان‌های شبکه متقارن هستند به این معنا که مسافت حرکت از گره دلخواه iبه گره‌ی دلخواه j معادل مسافت برگشت از گره‌ی j به گره‌ی i است .

۱۱- مکان‌های کاندیدا جهت قرار گرفتن تسهیلات فقط از بین گره‌های شبکه انتخاب می‌شود.

۱۲- سرویس‌دهی تسهیلات در محل مشتری انجام می‌شود۸.

۱۳- تسهیل با برداشتن درصدی از ظرفیت خود جهت تأمین تقاضای مشتریان شروع به حرکت نموده و پس از طی مسیری با اتمام ظرفیتش به مبدأ خود بازمی‌گردد.

۱۴- در این مسئله کل تقاضای مشتریان ممکن است پوشش داده نشود و به دنبال حداکثر کردن پوشش تقاضا هستیم.

۱۵- در این مسئله فرض بر این است که تسهیلات بدون خرابی برای همیشه آماده سرویس‌دهی می‌باشند اما کمان‌ها ممکن است در اثر افزایش حجم ظرفیت اشغال‌شده‌شان در اثر عبور تسهیلات خراب‌شده و نیاز به ساخت کمان جدید و یا اضافه ظرفیت دارند.

۱۶- در این مسئله فرض می‌شود که عوامل ایجاد خرابی کمان ناگهانی ۹نیست و در اثر عوامل تدریجی و تکراری ۱۰ است.

۱۷- هزینه سفر به ازای واحد طول کمان برابر یک در نظر گرفته می‌شود . درواقع برای نمایش هزینه سفر از فاصله استفاده خواهد شد.

۱۸- برای یک کمان تنها یک‌بار امکان افزایش ظرفیت و ایجاد کمان به‌موازات آن وجود دارد.

مجموعه ها

گراف نظیر شبکه موردبررسی را به‌صورت $D=(V,A)$ تعریف می‌کنیم که در آن $V=\{1,2,\ldots,n\}$ نشان‌دهنده‌ی مجموعه‌ی گره‌های شبکه است و A نمایانگر مجموعه‌ی کمان‌ها . اندیس‌های i, j, k, m که در ادامه مورداستفاده قرار می‌گیرد همگی متعلق هستند به V.

پارامترهای مسئله

پارامترهای مسئله به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

A_{ij}	اگر از گره i به گره j در شبکه یالی در نظر گرفته شود برابر یک است در غیر این صورت برابر صفر است.
Dem_i	مقدار تقاضای گره
Dis_{ij}	طول یال واصل یا مسیر مابین دو گره i و j
S_{ij}	ظرفیت یال واصل یا مسیر مابین دو گره i و j
Q	ظرفیت تسهیل
A	پارامتر تنظیم درصد ظرفیت قابل‌استفاده مسیرها
λ	جریمه عدم تأمین یک واحد از تقاضا
C	هزینه ساخت یک واحد از طول برای مسیرهای جدید
F_i	هزینه قرار دادن تسهیل در گره i
cf	هزینه حمل‌ونقل واحد مسافت
M	یک عدد بسیار بزرگ

[7] Cooperate & Implicit
[8] Server –to-Costumer
[9] Sporadic
[10] Recurring

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

متغیرهای تصمیم

مسئله موردبررسی ۵ دسته متغیر تصمیم از قرار زیر دارد:

z_i	متغیر برقراری تسهیل؛ اگر در گره i تسهیل استقرار داده شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است
x_{ijk}	متغیر فعال کردن یال‌ها برای تسهیل؛ اگر یال j به k برای تسهیل i آم بکار گرفته شود برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است
x'_{ij}	درصدی از تقاضای گره j که توسط تسهیل i آم تأمین می‌شود
u_{ijk}	حجم محموله تسهیل i هنگام عبور از یال بین دو گره j و k
y_{ij}	متغیر ایجاد یال‌های جدید؛ آیا از i به j مسیر جدیدی احداث شود یا خیر

مدل ریاضی

در این قسمت مدل ریاضی تشریح می‌گردد، به این صورت که ابتدا محدودیت‌های مدل به همراه تابع هدف آن به‌صورت ریاضی بیان‌شده و در ذیل هر قسمت توضیحات مربوط به آن ارائه می‌گردد:

$$Min\sum_j \lambda\, Dem_j(1-\sum_i x'_{ij}) + \sum_{i,j,k} Dis_{jk} cf_{ij} x_{ijk} + \sum_i F_i z_i + C\sum_{i,j} Dis_{ij} y_{ij}$$

تابع هدف این مسئله مجموع هزینه‌ها را کمینه می‌کند [11] . برای هر جواب شدنی از مسئله، چهار هزینه‌ی زیر به مدل تحمیل می‌شود:

- جریمه‌ی عدم پوشش تقاضای پوشش داده نشده
- هزینه حمل‌ونقل کلیه‌ی تسهیلات بر روی شبکه
- مجموع هزینه قرار دادن تسهیلات در گره‌ها
- هزینه ساخت کمان‌های جدید

S.T.

$$Mz_i \geq \sum_j x'_{ij} \quad \forall i \qquad (1)$$

محدودیت اول به این اشاره دارد که اگر قرار باشد درصدی از تقاضای حداقل یک مشتری توسط یک گره برآورده شود در آن گره باید یک تسهیل مستقر گردد.

$$\sum_i x'_{ij} \leq 1 \; \forall j \qquad (2)$$

$$x'_{ii} = z_i \; \forall i \qquad (3)$$

محدودیت دوم به این اشاره می‌کند که میزان تقاضایی که توسط تسهیل‌های مختلف برای هر مشتری تأمین می‌شود حداکثر برابر صد در صد تقاضای آن مشتری است. بدین ترتیب، با در نظر گرفتن این محدودیت و محدودیت سوم، همه نیاز گره‌ای که تسهیل در آن قرارگرفته باید از همان تسهیل تأمین گردد.

$$z_i = \sum_k A_{ik} x_{iik} \qquad \forall i \qquad (4)$$

$$z_i = \sum_k A_{ki} x_{iki} \qquad \forall i \qquad (5)$$

محدودیت چهارم و پنجم تضمین می¬کنند اگر در گره‌ای تسهیلی قرار گیرد، حتماً یکی از یال‌های خروجی از آن گره و یکی از یال‌های ورودی به آن گره برای حرکت تسهیل در شبکه فعال می‌شود. درواقع گره‌ای که در آن تسهیل استقرار می‌یابد مطابق محدودیت چهارم باید با گره‌های دیگر ارتباط داشته باشد و با توجه به این‌که تسهیل پس از تأمین تقاضاها به گره مبدأ خود که از آن حرکت را شروع کرده، بازمی‌گردد. محدودیت پنجم بازگشت تسهیل به گره مبدأ را نشان می‌دهد.

[11] Mini-Sum

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

$$\sum_j A_{jk}x_{ijk} = \sum_m A_{km}x_{ikm} \qquad \forall i,k \tag{6}$$

محدودیت ششم ناظر بر پیوستگی مسیر حرکت هر تسهیل i است.

$$\sum_j x_{ijk} \geq x'_{ik} \ \forall i,k \tag{7}$$

محدودیت هفتم تضمین می‌کند که اگر قرار باشد درصد غیر صفری از تقاضای یک گره توسط تسهیل i پوشش داده شود حتماً باید تسهیل i به آن گره وارد شود.

$$\sum_{j\neq i} Dem_j x'_{ij} = \sum_k u_{iik} \qquad \forall i \tag{8}$$

$$\sum_k u_{iik} \leq Q \ \forall i \tag{9}$$

محدودیت هشتم حجم محموله هر تسهیل را برای تأمین درصد تقاضای گره‌های مشمول آن تسهیل در ابتدای حرکت آن محاسبه می‌کند. این حجم باید از ظرفیت تسهیل پایین‌تر باشد. محدودیت هم‌چنین امری را پوشش داده است.

$$u_{ijk} \leq MA_{jk}x_{ijk} \qquad \forall i,j,k \tag{10}$$

همچنین زمانی می‌توان برای یک تسهیل در یک یال حجم محموله بزرگ‌تر از صفر متصور شد که هم آن یال در شبکه موجود باشد و هم برای آن تسهیل فعال‌شده باشد. محدودیت دهم ناظر بر این موضوع است.

$$\sum_i u_{ijk} \leq \alpha S_{jk}(1 + y_{jk}) \qquad \forall j,k \tag{11}$$

محدودیت یازدهم تضمین می‌کند که مجموع حجم محموله‌هایی که قرار است از هر یال بگذرند در صورتی می‌تواند از درصد مجاز ظرفیت آن یال بیشتر شود که یال جدیدی ایجاد گردد. با توجه به این موضوع که تنها هنگامی می‌توان یک یال جدید در شبکه ایجاد کرد که یالی از یال‌های مسیر حرکت تسهیل نیاز به افزایش ظرفیت داشته باشد، درواقع یال جدیدی بین دو گره‌ای که بین آن‌ها یالی نبوده در شبکه به وجود نمی‌آید و فقط در کنار یالی که در شبکه و در مسیر حرکت تسهیل قرار داشته و ظرفیتش کم بوده است یالی به‌موازات آن جهت افزایش ظرفیت ایجاد شود.

$$\sum_j u_{ijk} - \sum_m u_{ikm} = Dem_k x'_{ik} \qquad \forall i,k, i \neq k \tag{12}$$

همچنین تسهیل زمانی که در مسیر حرکت می‌کند، درصد تقاضای مدنظر هر یک از مشتریان تحت پوشش را با خود حمل می‌کند. اگر به هر یک از آن مشتری‌های برسد، در عبور از آن مشتری، به نسبت درصد تقاضای آن مشتری از حجم محموله‌اش کاسته می‌شود. محدودیت دوازده چنین موضوعی را تضمین می‌کند.

همچنین حدود متغیرها در عبارت ذیل بیان‌شده است:

$$z_i, x_{ijk}, y_{jk} = \{0,1\}, \qquad x'_{ij}, u_{ijk} \geq 0 \tag{13}$$

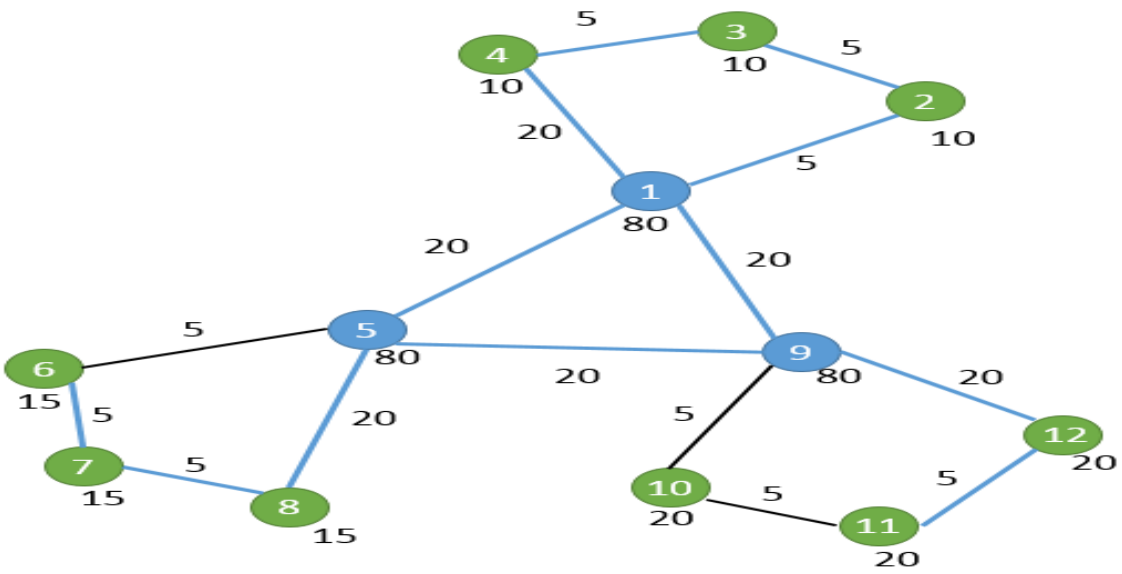
ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

صحت سنجی مدل ریاضی

در این قسمت جهت بررسی شدنی بودن مدل ریاضی و اطمینان از کارکرد صحیح محدودیت‌های مدل مثال عددی با شرایطی که در ادامه خواهد آمد مورداستفاده قرارگرفته و با استفاده از حل‌کننده *CPLEX* در نرم‌افزار *GAMS* کد نویسی شده و نتایج حل ارائه می‌شود.

شکل ۱ شامل ۱۲ گره و ۱۵ یال است. تقاضای هر گره در زیر آن و طول هر یال در کنار آن درج‌شده است. به‌طور حسی می‌توان جواب مناسبی برای این مثال یافت. بدین ترتیب که گره‌های آبی‌رنگ گره‌هایی باشند که تسهیل در آن‌ها قرار می‌گیرد و تقاضای گره‌های نزدیک خود را برآورده می‌کند. همچنین با توجه به مقدار پارامترها که در زیر آمده است به نظر می‌رسد بعضی یال‌ها نیاز به افزایش ظرفیت یا ایجاد یال موازی جدید دارند که در شکل ۳-۱ بارنگ مشکی نشان داده‌شده است.

$$F(i) = 1000;\ C=10;\ S(i,j)=40;\ \lambda=500;\ \alpha=0.75;\ Q=60$$



شکل ۱: نمایش جواب حل مثال تولیدشده

اگر به جواب *GAMS* دقت شود دقیقاً همین مسیرها و مقادیر را نتیجه می‌دهد. مقدار تابع هدف نهایی ۳۲۵۵ شده است که سهم تابع هدف‌های ۱ تا ۴ به ترتیب برابر است با:

۱) *VAR OF1 0*
۲) *VAR OF2 105.000*
۳) *VAR OF3 3000.000*
۴) *VAR OF4 150.000*

این بدان معناست که :

۱) همه تقاضاها تأمین‌شده است،

۲) مجموع مسیرهای پیموده شده ۱۰۵ واحد است،

۳) مجموعاً ۳ تسهیل بکار گرفته‌شده است،

۴) هزینه احداث مسیرهای جدید ۱۵۰ واحد شده چون برای هر واحد مسیر جدید هزینه ۱۰ راداریم پس ۱۵ واحد طول مسیر جدید احداث‌شده است.

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

نتیجه گیری

بررسی ادبیات موضوع نشان می‌دهد که باوجود اثرات متعددی که خرابی‌ها در ساختار مسئله‌ی $FLNDP$ و جواب بهینه آن دارد و هم‌چنین در عمل به‌دفعات با آن روبه‌رو می‌شویم، این خرابی‌ها چندان موردبررسی قرار نگرفته است.

در این تحقیق با تکیه بر همین شکاف موجود در ادبیات و مبنا قرار دادن مدل پایه‌ی معرفی‌شده در مرجع، تقاضای مشتریان شبکه و ظرفیت کمان‌های شبکه به مدل پایه‌ای اضافه‌شده و مسئله‌ی جدیدی تولید گردید . در این مسئله مفهوم خرابی کمان بر اساس ظرفیت مورداستفاده از کمان تعریف شد. به این صورت که پارامتر حد مجاز ظرفیت کمان متناسب با شرایط مسئله، انتخاب‌شده و در صورت اشغال ظرفیت کمان بیش‌ازحد مجاز تعریف‌شده، کمان به‌عنوان کمان خراب شناسایی‌شده و مفهوم طراحی شبکه و ساختن کمان جدید اتفاق می‌افتد.

برای حل مسئله‌ی ارائه‌شده یک مدل عدد صحیح مختلط باهدف کمینه کردن هزینه‌های ساخت و طراحی شبکه در افق بلندمدت و همچنین به‌صورت هم‌زمان کمینه کردن هزینه حمل‌ونقل و عدم پوشش در افق کوتاه‌مدت ارائه شد و صحت این مدل با استفاده از مسئله نمونه اثبات شد. لذا می توان این مدل را در حل مسائل مکان یابی تسهیلات و طراحی در شبکه به کار گرفت.

ISSN: 2588-2791
http://www.miej.ir

منابع و مراجع

[1] Aikens, C.H., Facility location models for distribution planning. European journal of operational research, 1985. 22(3): p. 263-279 %@ 0377-2217.
[2] Magnanti, T.L. and R.T. Wong, Network design and transportation planning: Models and algorithms. Transportation science, 1984. 18(1): p. 1-55.
[3] Ghaderi, A. and M.S. Jabalameli, Modeling the budget-constrained dynamic uncapacitated facility location–network design problem and solving it via two efficient heuristics: a case study of health care. Mathematical and Computer Modelling, 2013. 57(3): p. 382-400.
[4] Berman, O., D.I. Ingco, and A.R. Odoni, Improving the location of minisum facilities through network modification. Annals of Operations Research, 1992. 40(1): p. 1-16.
[5] Bigotte, J.F., et al., Integrated modeling of urban hierarchy and transportation network planning. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2010. 44(7): p. 506-522.
[6] Contreras, I., E. Fernández, and A. Marín, The tree of hubs location problem. European Journal of Operational Research, 2010. 202(2): p. 390-400.
[7] Contreras, I., E. Fernández, and G. Reinelt, Minimizing the maximum travel time in a combined model of facility location and network design. Omega, 2012. 40(6): p. 847-860.
[8] Lim, M., et al., Facility location decisions in supply chain networks with random disruption and imperfect information. Naval Research Logistics, 2009. 57(1): p. 58-70.
[9] Rahman, S. and D. Smith, Deployment of rural health facilities in a developing country. Journal of the Operational Research Society, 1999. 50(9): p. 892-902.
[10] Rahman, S.-u. and D.K. Smith, Use of location-allocation models in health service development planning in developing nations. European Journal of Operational Research, 2000. 123(3): p. 437-452.
[11] Murawski, L. and R.L. Church, Improving accessibility to rural health services: The maximal covering network improvement problem. Socio-Economic Planning Sciences, 2009. 43(2): p. 102-110.
[12] Jabbarzadeh, A., et al., Designing a supply chain network under the risk of disruptions. Mathematical Problems in Engineering, 2012. 2012.
[13] Shishebori, D., M.S. Jabalameli, and A. Jabbarzadeh, Facility location-network design problem: reliability and investment budget constraint. Journal of Urban Planning and Development, 2013. 140(3): p. 04014005.
[14] Shishebori, D., L.V. Snyder, and M.S. Jabalameli, A reliable budget-constrained fl/nd problem with unreliable facilities. Networks and Spatial Economics, 2014. 14(3-4): p. 549-580.