

تجزیه و تحلیل سیستمهای اندازه گیری و کاربرد تحلیل واریانس (ANOVA) در MSA

میثم جعفری اسکندری^۱، امجد عبدی^۲

^۱ استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه پیام نور تهران شمال، دانشکده صنایع

نام نویسنده مسئول:

امجد عبدی

چکیده

MSA روشی است که بوسیله آن می توان "میزان دقت و صحت سیستم اندازه گیری" را بررسی کرد و از صحت و دقت عملکرد آن و نتایج حاصله در هر دو دسته اندازه گیری های کمی و وصفی اطمینان حاصل نمود. مدیریت کیفیت بدون کنترل و تحلیل تجهیزات مورد استفاده در آن نتیجه صحیحی را به نمایش نخواهد گذاشت.

MSA مخفف Measurement system Analyses می باشد که به معنی تجزیه و تحلیل سیستم های اندازه گیری است. این ابزار میزان خطا در عوامل موثر بر سیستم اندازه گیری (انسان - ماشین) را مشخص می سازد. هدف اصلی از اجرای ابزار MSA اندازه گیری میزان خطا در سیستم اندازه گیری و تجزیه و تحلیل بر روی عوامل موثر بر خطا می باشد دقیق ترین روش جهت پردازش اطلاعات در روش کمی MSA، تحلیل واریانس (ANOVA) می باشد.

تحلیل واریانس روشی است که بر اساس آن واریانس کل یا تغییرات کل به دو منبع یا دو مولفه واریانس بین گروه ها که نشان دهنده تفاوت های بین گروه ها است و منبع یا مولفه واریانس درون گروه ها که واریانس خطا نیز نامیده می شود و فرض می شود که ناشی از عوامل شانسی یا تصادفی است، تقسیم می شود.

در این مقاله سعی شده است که با توجه به اینکه ریشه استفاده از تحلیل واریانس در MSA کمتر بررسی شده است این مورد تجزیه و تحلیل گردد ..

واژگان کلیدی: تحلیل واریانس (ANOVA) - روش کمی MSA - تجزیه و تحلیل سیستمهای اندازه گیری

مقدمه

تجزیه و تحلیل سیستم های اندازه گیری میزان خطا در عوامل موثر بر سیستم اندازه گیری (انسان - ماشین) را مشخص می سازد. و این ابزار در صنایع خودرو آمریکا توسعه یافت. تجزیه و تحلیل سیستم اندازه گیری در ابتدا در QS9000 اهمیت یافت زمانی که ورژن یک آن مربوط به AIAG منتشر گردید. [7]

هدف اصلی از اجرای ابزار MSA اندازه گیری میزان خطا در سیستم اندازه گیری و تجزیه و تحلیل بر روی عوامل موثر بر خطا می باشد دقیق ترین روش جهت پردازش اطلاعات در روش کمی MSA، تحلیل واریانس (ANOVA) می باشد. تحلیل واریانس روشی است که بر اساس آن واریانس کل یا تغییرات کل به دو منبع یا دو مولفه واریانس بین گروه ها که نشان دهنده تفاوت های بین گروه ها است و منبع یا مولفه واریانس درون گروه ها که واریانس خطا نیز نامیده می شود و فرض می شود که ناشی از عوامل شانس یا تصادفی است، تقسیم می شود.

در این مقاله سعی شده است که با توجه به اینکه ریشه استفاده از تحلیل واریانس در MSA کمتر بررسی شده است این مورد تجزیه و تحلیل گردد. کلیه واکنشها و تصمیماتی که در برابر یک فرایند اتخاذ می شود بر اساس داده های بدست آمده از فرایند است. رد یا قبول محصولات تولیدی، تنظیم اولیه یا مجدد ماشین آلات، بازرسی ها و ... همه و همه با توجه به نتایج اندازه گیری ها انجام می شود.

همین موارد خود به خوبی اهمیت با صلاحیت بودن سیستم اندازه گیری را نشان می دهد. امروزه تقریباً تمامی سازمانها ابزارهای کنترلی خود را بطور منظم کالیبره می کنند اما ابزار اندازه گیری تنها یک جزء از کل سیستم اندازه گیری است و صحت یا دقت آن به تنهایی متضمن صحت یا دقت کل سیستم نمی باشد. مهارت نیروی انسانی، عوامل محیطی، ویژگی های محصول، تفاوت در روشهای کار بازرسی مختلف و ... همه در نتیجه حاصل از اندازه گیری تاثیر به سزایی دارند. بررسی تاثیر این عوامل در شرایطی که ابزار اندازه گیری وجود ندارد (مانند خصوصیات ظاهری) حتی مشکل تر خواهد بود.

در سال 1987 جنرال موتورز اولین شرکتی بود که راهنمایی برای این موضوع تهیه کرد. شرکت فورد نیز در 1989 راهنمای دیگری برای این موضوع ارائه داد. در آلمان، گروه "روبرت بوش" در 1990 راهنمایی تحت عنوان "تعیین توانایی سیستم اندازه گیری تحت شرایط عملیاتی واقعی" منتشر کرد. در 1994، مرسدس بنز نیز راهنمای دیگری در این خصوص انتشار داد.

در این مبحث با استفاده از تحلیل واریانس (ANOVA) سعی شده است که یکی از روشهای مهم در تجزیه و تحلیل سیستم های اندازه گیری یعنی تکرار پذیری و تکثیر پذیری مورد تحلیل قرار گیرد [1,2,3,4,5,6,7]

جنبه پژوهشی و متفاوت این مقاله در مقایسه با نمونه های مشابه:

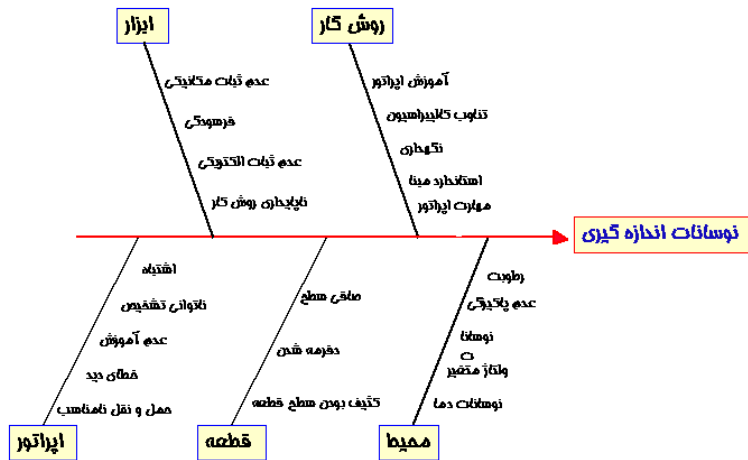
اولاً در این مقاله سعی شده است با توجه به استفاده ریشه ای از تحلیل واریانس در MSA که کمتر بررسی شده است (علاوه بر اهمیت تحلیل واریانس در مبحث MSA به آن بی توجهی شده است) بصورت شفاف تجزیه و تحلیل گردد.

ثانیاً این مبحث، بصورت کاربردی و قابل تعمیم به سایر عرصه های دانش مانند طراحی آزمایشها (DOE) و خود مبحث تحلیل واریانس مطرح شده و نمونه محاسبه شده با استفاده از اکسل در خود دارد که قابل تعمیم به مباحث مشابه می باشد. [2, 4,5,9]

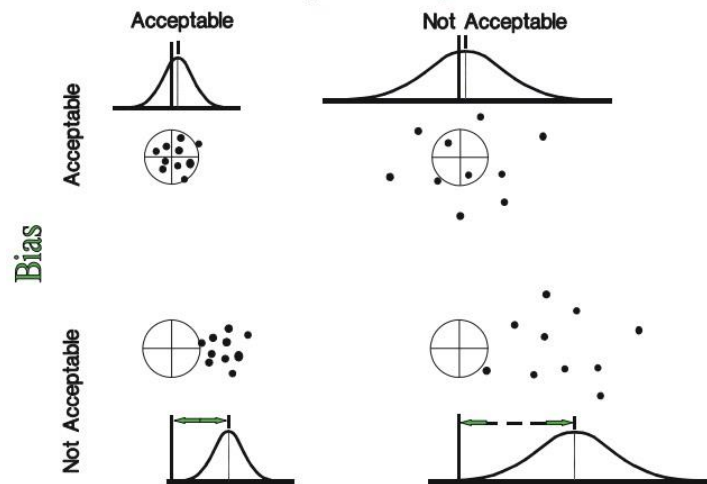
تجزیه و تحلیل سیستمهای اندازه گیری

ابتدا بهتر است که این موضوع را بدانیم که تجزیه و تحلیل خطای سیستم، مختص MSA نیست و این ابزار روشی است که در صنعت خودرو آمریکا بیش از هر جای دیگری توسعه یافته است و در صنعت نفوذ بالایی یافته است و بعضاً در صنایع و بخشهای گوناگون روشهای دیگری برای تعیین میزان خطا وجود دارد هدف از MSA شناخت انواع نوسانات در فرایند اندازه گیری مرتبط با عکس العملهایی که سیستم اندازه گیری با عوامل محیطی خود داشته و با توجه به این نوسانات از قابل اعتماد بودن نتایج حاصل از اندازه گیری اطمینان حاصل شود. در ایران نیز این روش در سه دهه اخیر در صنعت خودرو کاربرد فراوانی یافته است. عوامل مؤثر در خطاهای سیستم اندازه گیری در شکل زیر آمده است.

منشاء و علل خطاهای سیستم اندازه گیری



Repeatability



شکل ۱- عوامل مؤثر در سیستم اندازه گیری

تجزیه و تحلیل سیستمهای اندازه گیری در دو دسته کمی و کیفی است که در این مبحث روش کمی کاربرد دارد روش، طراحی آزمایشهای صنعتی (DOE (Design Of Experiments) نیز روشی کاربردی (جزء MSA نیست) و مثال خوبی برای ابزارهای تجزیه و تحلیل خطای غیر MSA می باشد که در این روش محققان برای شناخت پدیدهها، آزمایشهایی را انجام می دهند تا حقیقتی را در مورد سیستم یا فرآیندی کشف کنند. انجام آزمایش همواره متضمن هزینه و زمان است. از این رو انجام آزمایشهای مؤثر که با صرف حداقل هزینه و زمان بیشترین اطلاعات را بدست بدهد آرمان هر مهندس یا محقق است و این هزینه و زمان هنگامی که تعداد عوامل افزایش پیدا کند به صورت صعودی افزایش پیدا می کند. بنابراین به روشی نیاز است که در آن بتوان با صرف حداقل هزینه و زمان، به بیشترین اطلاعات در مورد فرآیند دست پیدا کرد، نتیجه گیریهای منطقی ارائه کرد و مدارک مستند در خصوص فرآیند بدست آورد. روشی که به بهترین شکل اهداف ذکر شده را برآورده می سازد، طراحی آزمایشهای صنعتی (DOE (Design Of Experiments) نام دارد در این مقاله جهت انجام تحلیل واریانس و نحوه عملکرد آن در MSA از روشی استفاده می گردد که در طراحی آزمایشها مرسوم است. [9,5,4,2,11]

برخی ابزارهای MSA کمی

تمایل و ارتباط خطی

با استفاده از فاکتور خطی بودن مشخص می شود که آیا ابزار اندازه گیری در تمام محدوده قابل اندازه گیری اش یکسان کار می کند یا خیر. به عبارت دیگر آیا اندازه قطعه بر تمایل سیستم اندازه گیری تاثیر می گذارد یا نه؟ برای تعیین ارتباط خطی لازم است مقادیر تمایل را

در کل محدوده کاربرد ابزار اندازه گیری محاسبه کنیم. در صورتی که مقدار تمایل برای محدوده کاربرد ابزار ثابت باشد و یا با بزرگ شدن اعداد تمایل آنها تغییر کوچکی به صورت صعودی یا نزولی پیدا کند ابزار، مورد قبول خواهد بود. اگر تفاوت در تمایل اندازه های به دست آمده در طول محدوده کاربرد اندازه گیری، یک خط راست ایجاد کند، رابطه خطی برای آن ابزار وجود دارد و اگر تفاوت در تمایل اندازه های به دست آمده بصورت منحنی باشد، آن ابزار غیر قابل استفاده است، زیرا میزان تمایل آن در فواصل مختلف اندازه گیری قابل پیش بینی نیست.

ثبات (Stability)

عبارتست از کنترل آماری یک فرآیند اندازه گیری با توجه به موقعیت آن در طول زمان، یا به عبارت دیگر تغییرات گرایش در طول زمان و تحت کنترل آماری بودن آن ثبات نام دارد.

شاخص توانایی سیستم اندازه گیری

یک مطالعه سریع و آسان جهت تشخیص اولیه حدودی از پراکندگی ناشی از ابزار اندازه گیری است و با شاخصهای Cg و Cgk محاسبه می شود. با محاسبه این شاخصها می توان تغییرات ذاتی هر وسیله اندازه گیری را بررسی کرد. اگر $R \& R$ % سیستمی محاسبه شده مناسب باشد معمولاً Cg آن نیز مناسب است ولی از مناسب بودن Cg نمی توان به مناسب بودن $R \& R$ % اطمینان حاصل نمود.

تکرار پذیری Repeatability

تکرار پذیری عبارت است از پراکندگی و انحراف در اندازه گیری و انحراف بدست آمده وقتی که یک ابزار اندازه گیری به دفعات (حداقل ده نوبت) برای اندازه گیری یک مشخصه در یک قطعه توسط یک اپراتور مورد استفاده قرار گیرد. تکرار پذیری، برآورده کننده انحراف معیار ابزار اندازه گیری می باشد اگر یک سیستم اندازه گیری دارای تکرار پذیری مناسبی باشد، این بدین معنی است که نوسانات موجود در فرآیند اندازه گیری با ثبات است در ۲,۵ و ۲,۶ در مورد تکرار پذیری یک ابزار بحث خواهد شد. [4,5,6,8,9]

تجدید پذیری Reproducibility

تجدید پذیری یا تکثیر پذیری عبارت است از پراکندگی و انحراف بین میانگین اعداد اندازه گیری شده توسط اپراتورهای مختلف، که از یک ابزار اندازه گیری استفاده کرده و قطعات مشابه ای را نیز اندازه گیری نموده باشند تجدید پذیری مناسب در یک سیستم اندازه گیری نشانگر این خواهد بود که نوسانات یا انحراف معیار میان اپراتورهایی که در فرآیند اندازه گیری دخالت دارند، با ثبات است. [4,5,6,8,9]

دو روش برای محاسبه تکرار پذیری و تجدید پذیری وجود دارد که یکی روش $(\bar{X} - R)$ می باشد و دیگری روش آنالیز واریانس که دقت محاسبات آنالیز واریانس بالاتر است و در اینجا ابتدا خلاصه ای در مورد روش $(\bar{X} - R)$ و سپس به صورت مشروح نمونه های محاسبه شده با استفاده از اکسل مطرح می گردد که قابل تعمیم به مباحث مشابه در آنالیز واریانس در سایر علوم می باشد

محاسبه شاخص $R \& R$ % با روش $(\bar{X} - R)$

به منظور تعیین میزان دقت سیستم اندازه گیری و همچنین میزان تکرار پذیری Repeatability و تکثیر پذیری Reproducibility باید انحراف معیار آن محاسبه شود تا بوسیله آن، دامنه نوسانات تعیین شود برای این کار از $R \& R$ استفاده می شود.

$$R \& R = \sqrt{(EV)^2 + (AV)^2}$$

(1)

در واقع $R \& R$ نشان دهنده یک فاصله اطمینان ۹۹٪ برای دامنه نوسانات سیستم اندازه گیری است.

- اگر $R \& R$ % کمتر از ۱۰٪ باشد، سیستم اندازه گیری قابل قبول است
- اگر $R \& R$ % بین ۱۰ تا ۳۰٪ باشد سیستم اندازه گیری مشروط است. پذیرش یا عدم پذیرش سیستم اندازه گیری به اهمیت فعالیت اندازه گیری، هزینه ابزار، هزینه تعمیرات، نظر مشتری و غیره بستگی دارد.

- اگر $R \& R$ % بیش از ۳۰٪ باشد، سیستم اندازه گیری مورد قبول نیست. درصد خطاهای EV, AV باید بررسی شده و اقدام

اصلاحی انجام شود. [7]

$$AV\% = AV / RF \times 100\%$$

$$EV\% = EV / RF \times 100\%$$

(2)

البته باید عنوان نمود که در الزامات خودرو سازان ایران مانند ایران خودرو (و الزامات ساپکو جهت تامین کنندگان) و نیز سایپا (و الزامات سازه گستر جهت تامین کنندگان) عدد ۳۰ وجود ندارد و بجای آن عدد ۲۰ مد نظر است.

مقادیر RF

(الف) انحراف معیار فرایند در صورت نبود مشخصات فنی (δ_p) به عنوان مقدار مرجع است.
 (برای فاصله اطمینان ۹۹ درصد مقدار $(RF = 5/15\delta_p)$)

(ب) اگر از طرف مشتری، مشخصات فنی داده شده است، تلرانس نقشه به جای RF

(ج) اگر از طرف مشتری مشخصات فنی داده نشده است و انحراف معیار فرایند هم مشخص نباشد از $TV = \sqrt{(R \& R)^2 + (PV)^2}$ استفاده می‌شود. [7]

تصویر نمونه فرم محاسبات نهایی گیج تکرار پذیری Repeatability و تکثیر پذیری Reproducibility و % R&R مندرج در منوال MSA4 در زیر آمده است که تعداد ۱۰ قطعه با یک ابزار واحد توسط سه بازرس و هر قطعه سه مرتبه کنترل شده و نتایج آن ثبت شده و در تصویر زیر آن نتایج تحلیل شده است:

Gage Repeatability and Reproducibility Report													
Part No. & Name:	Gage Name:	Date:											
Characteristics:	Gage No.:	Performed by:											
Specifications:	Gage Type:												
From data sheet: $\bar{R} = 0.3417$ $\bar{X}_{DIFF} = 0.4446$		$R_p = 3.511$											
Measurement Unit Analysis			% Total Variation (TV)										
Repeatability – Equipment Variation (EV)			%EV = 100 [EV/TV]										
$EV = \bar{R} \times K_1$ $= 0.3417 \times 0.5908$ $= 0.20188$			$= 100 [0.20188/1.14610]$ $= 17.62\%$										
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Trials</th> <th>K_1</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>0.8862</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.5908</td> </tr> </tbody> </table>			Trials	K_1	2	0.8862	3	0.5908		
Trials	K_1												
2	0.8862												
3	0.5908												
Reproducibility – Appraiser Variation (AV)			%AV = 100 [AV/TV]										
$AV = \sqrt{(\bar{X}_{DIFF} \times K_2)^2 - (EV^2 / (nr))}$ $= \sqrt{(0.4446 \times 0.5231)^2 - (0.20188^2 / (10 \times 3))}$ $= 0.22963$			$= 100 [0.22963/1.14610]$ $= 20.04\%$										
$n = parts$ $r = trials$			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Appraisers</th> <th>2</th> <th>3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>K_2</td> <td>0.7071</td> <td>0.5231</td> </tr> </tbody> </table>			Appraisers	2	3	K_2	0.7071	0.5231		
Appraisers	2	3											
K_2	0.7071	0.5231											
Repeatability & Reproducibility (GRR)			%GRR = 100 [GRR/TV]										
$GRR = \sqrt{EV^2 + AV^2}$ $= \sqrt{(0.20188^2 + 0.22963^2)}$ $= 0.30575$			$= 100 [= 0.30575/1.14610]$ $= 26.68\%$										
			<table border="1"> <thead> <tr> <th>Parts</th> <th>K_3</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>0.7071</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.5231</td> </tr> </tbody> </table>			Parts	K_3	2	0.7071	3	0.5231		
Parts	K_3												
2	0.7071												
3	0.5231												
Part Variation (PV)			%PV = 100 [PV/TV]										
$PV = R_p \times K_3$ $= 1.10456$			$= 100 [1.10456/1.14610]$ $= 96.38\%$										
			<table border="1"> <tbody> <tr> <td>4</td> <td>0.4467</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0.4030</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>0.3742</td> </tr> </tbody> </table>			4	0.4467	5	0.4030	6	0.3742		
4	0.4467												
5	0.4030												
6	0.3742												
Total Variation (TV)			<table border="1"> <tbody> <tr> <td>7</td> <td>0.3534</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0.3375</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td>0.3249</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0.3146</td> </tr> </tbody> </table>			7	0.3534	8	0.3375	9	0.3249	10	0.3146
7	0.3534												
8	0.3375												
9	0.3249												
10	0.3146												
$TV = \sqrt{GRR^2 + PV^2}$ $= \sqrt{(0.30575^2 + 1.10456^2)}$ $= 1.14610$			$ndc = 1.41(PV/GRR)$ $= 1.41(1.10456/0.30575)$ $= 5.094 \sim 5$										
For information on the theory and constants used in the form see MSA Reference Manual, Fourth edition.													

شکل ۲- محاسبات نهایی تکرار پذیری و تکثیر پذیری

روش آنالیز واریانس ANOVA

تحلیل واریانس روشی است که بر اساس آن کل تغییرات یا پراکندگی موجود در مجموعه ای از داده ها به مولفه های گوناگون تقسیم می شوند. برای هر یک از این مولفه ها منبعی از پراکندگی وجود دارد. در این روش واریانس کل یا تغییرات کل به دو منبع یا دو مولفه واریانس بین گروه ها که نشان دهنده تفاوت های بین گروه ها است و منبع یا مولفه واریانس درون گروه ها که واریانس خطا نیز نامیده می شود و فرض می شود که ناشی از عوامل شانسی یا تصادفی است، تقسیم می شود. دقت محاسبات روش آنالیز واریانس نسبت به روش قبلی در محاسبه R&R بالاتر است در این مقاله جهت روش آنالیز واریانس جزئیات منتهی به محاسبه تکرار پذیری و تکثیر پذیری آمده است عموماً بدلیل محاسبات طاقت فرسایش و احتمال اشتباه از نرم افزارهایی مانند MINITAB استفاده می گردد که در اینجا نمونه ای از

محاسبات در اکسل آمده است که خواننده می تواند از آن استفاده نموده و برای MSA و یا هر کار دیگری (مثلاً طراحی آزمایشها) آنالیز واریانس را محاسبه نماید در ابتدا یک عامل انحراف یعنی چند قطعه از یک نوع را در نظر می گیریم و محاسبات را با یک بازرس و یک ابزار و سه بار تکرار اندازه گیری هر قطعه انجام می دهیم (روش تک عاملی) و سپس روش بلوک بندی را شرح می دهیم یعنی به عامل روش تک عاملی تعداد بازرسان را می افزاییم چون روش تک عاملی فقط با یک بازرس انجام می شود و برعکس روش قبل، تکرارها را حذف می نماییم و فقط یکبار هر قطعه را یک بازرس کنترل می نماید که این روش جدید را بلوک بندی تصادفی می نامیم.

و در پایان کاملترین روش یعنی روش دو عاملی بیان می گردد یعنی چند قطعه از یک نوع را در نظر می گیریم و محاسبات را با چند بازرس و یک ابزار و چند بار تکرار اندازه گیری هر قطعه انجام می دهیم.

روش آنالیز واریانس ANOVA روش تک عاملی

همانگونه که گفته شد در این روش در ابتدا یک عامل انحراف یعنی چند قطعه از یک نوع را در نظر می گیریم و محاسبات را با یک بازرس و یک ابزار و سه (یا چند) بار تکرار اندازه گیری هر قطعه انجام می دهیم. این مبحث را با یک مثال آغاز می نماییم:

یک بازرس می خواهد وضعیت سیستم اندازه گیری برای خودش و یک کولیس و یک قطعه خودروبی را معین نماید لذا چهار عدد قطعه را انتخاب نموده و با کولیس مورد نظر که قبلاً کالیبره شده است هر قطعه را سه بار اندازه گیری می نماید و نتایج در زیر ثبت شده است با استفاده از آنالیز واریانس روش تک عاملی میزان %R&R را محاسبه می نماییم که اینکار با نرم افزار اکسل انجام می شود:

که در آن داریم:

$$N=12, a=4, n=3$$

(مشاهدات)		
153.0	153.0	154.0
151.0	150.5	150.0
153.5	153.0	153.0
160.5	161.5	160.0

برای انجام آنالیز واریانس ابتدا مجموع مربعات کل که نماینده جمع انحرافات سیستم است را بدست می آوریم توجه نمایید که هر مجموع مربعات تقسیم بر درجه آزادی، واریانس را نتیجه می دهد:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (3)$$

برای انجام آنالیز واریانس در مرحله دوم مجموع مربعات قطعات (عامل) که نماینده جمع انحرافات هر قطعه بصورت مجزا است را بدست می آوریم توجه نمایید که هر مجموع مربعات تقسیم بر درجه آزادی، واریانس را نتیجه می دهد:

$$SS_{Treatments} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (4)$$

مجموع مربعات خطا از تفاضل SS_T و $SS_{Treatments}$ قابل محاسبه است و یا:

$$SS_E = SS_T - SS_{Treatments} \quad (5)$$

در عمل از نرم افزارهای آماری مانند *minitab* جهت انجام این محاسبات استفاده می شود. روش آزمون در جدول زیر خلاصه شده است. این جدول را جدول تحلیل واریانس می نامند.

جدول ۱- تحلیل واریانس برای مدل یک عاملی با اثرات ثابت

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه های آزادی	میانگین مربعات	F_0
بین تیمارها (عامل)	$SS_{Treatments}$	$a-1$	$MS_{Treatments}$	$F_0 = \frac{MS_{Treatments}}{MS_E}$
خطا (درون تیمارها)	$SS_E = SS_T - SS_{Treatments}$	$N-a$	MS_E	
کل	$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$	$N-1$		

ابتدا مطابق فرمول $F_0 = SS_{Treatment}/(a-1)/SSE/(N-a) = MSTreatment/MSE$ محاسبه می نمایم بررسی و تحلیل آن نشان دهنده اختلاف و یا عدم اختلاف عاملها (قطعات) با هم است که باید با مقدار جدول آن مقایسه گردد و در بحث حاضر قرار ندارد.

$$F_0 = \frac{SS_{Treatments}/(a-1)}{SSE/(N-a)} = \frac{MS_{Treatments}}{MS_E} \quad (6)$$

حال در تصاویر زیر محاسبات را در نرم افزار اکسل می آوریم و در زیر هر بخش معادل حل شده آن در *minitab* را می آوریم

جمع بتوان \bar{Y}_i	جمع Y_i	تعداد تکرارها (مشاهدات)			درجات آزادی
		1	2	3	
211600	460.0	153.0	153.0	154.0	تعداد تکرارها $n=3$ تعداد قطعات $a=4$ $a-1=3$ $N-a=8$ $N=12$
203852.25	451.5	151.0	150.5	150.0	
211140.25	459.5	153.5	153.0	153.0	
232324	482.0	160.5	161.5	160.0	
$\bar{Y}_{..} \cdot 2/N = 286134.0833$	$\bar{Y}_{..}$	جمع کل مشاهدات = 1853			
$Y_{ij}^2 =$		23409	23409	23716	$F_0 = SS_{Treatment}/(a-1)/SSE/(N-a) = MSTreatment/MSE$
	مشاهدات نظیر به نظیر به عنوان \bar{Y}_i	22801	22650.25	22500	$SSE = SST - SS_{Treatments}$
		23562.25	23409	23409	$SST = 173.917$
		25760.25	26082.25	25600	$SS_{Treatments} = 171.4166667$ $MSTreatment = 57.13889$
	$\sum (y_{ij}^2) =$	286308			$SSE = 2.5$ $MSE = 0.3125$
		$F_0 = 182.8$			

شکل ۳- نتایج در تحلیل واریانس یک عاملی

نتایج *minitab*:

Gage R&R Study - ANOVA Method
 One-Way ANOVA Table

Source	DF	SS	MS	F	P
part	3	171.417	57.1389	182.844	0.000
Repeatability	8	2.500	0.3125		
Total	11	173.917			

α to remove interaction term = 0.05

همانگونه که مشخص است و در پایین هم خواهید دید جوابها در قسمت‌های رنگی، یکی می باشد:

جدول ۲- نتایج تحلیل واریانس برای مدل یک عاملی

	محاسبه واریانسها	df تقسیم بر درجه آزادی SS	
19.3	Total Variation (TV)=SST/(n(a-1))	درجه آزادی برابر است با $n(a-1)$ و در اینجا $N-n$ است و بر SS تقسیم می گردد	9
19.0	Part Variation (TV)=SSTreatment/(n(a-1))		9
0.313	Total Gage R&R=SSE/(n(a-1))	N-a	8
4.4	total standard variation	رادیکال می گیریم تا انحراف استاندارد حاصل گردد	
4.4	total standard variation		
0.559	Total Gage R&R		

در نهایت درصد می گیریم و حاصل Gage R&R بدست می آید

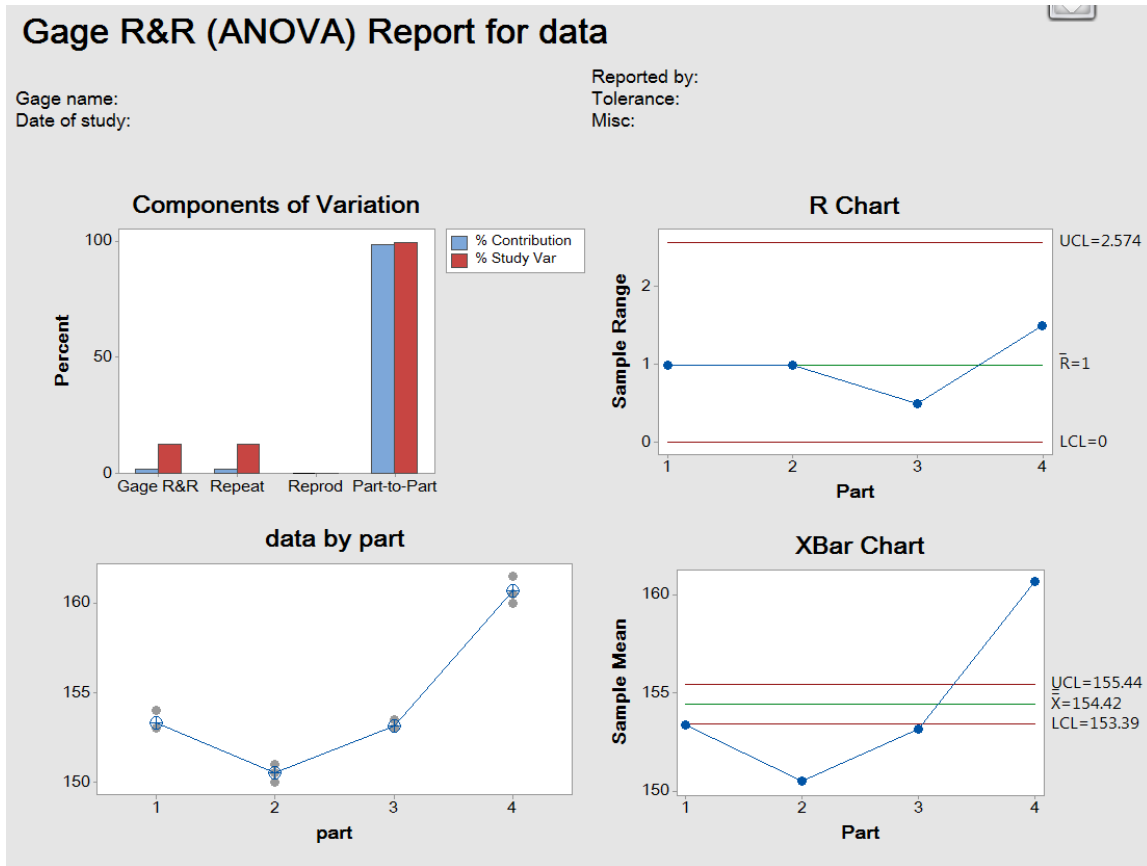
Gage R&R Study - ANOVA Method Gage R&R

Source	VarComp	% Contribution (of VarComp)
Total Gage R&R	0.3125	1.62
Repeatability	0.3125	1.62
Part-To-Part	18.9421	98.38
Total Variation	19.2546	100.00

Source	StdDev (SD)	(6 × SD)	(%SV)
Total Gage R&R	0.55902	3.3541	12.74
Repeatability	0.55902	3.3541	12.74
Part-To-Part	4.35226	26.1135	99.19
Total Variation	4.38801	26.3281	100.00

Number of Distinct Categories = 10

همانگونه که مشخص شد نتایج در دو نرم افزار یکی است و جواب $Gage \%R\&R = ۱۲,۷۴$ میباشد نمودار به شکل زیر است :



شکل ۴- نمودار تجزیه تحلیل سیستم اندازه گیری

[5,7,11,12,2]

طرح بلوک بندی کامل تصادفی شده

در برخی آزمایش ها تعداد بازرسان بیش از یک نفر است چون روش تک عاملی فقط با یک بازرس انجام می شود و برعکس روش تک عاملی ، تکرارها را حذف می نماییم و فقط یکبار هرقطعه را یک بازرس کنترل می نماید که این روش جدید را بلوک بندی می نماییم کاهش میزان اغتشاش حاصل از بلوک بندی احياناً برای بهبود دقت مقایسه های میانگین های تیماری مفید بوده است. حال در مثال قبل به جای سه بار تکرار از سه نفر بازرس بهره می بریم و تکرارها حذف می گردد و هر قطعه توسط هر بازرس یکبار اندازه گیری می گردد :

جدول ۳- تحلیل واریانس برای بلوک بندی کامل تصادفی شده

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه های آزادی	میانگین مربعات	F_0
بین تیمارها	$SS_{Treatments}$	$a-1$	$\frac{MS_{Treatments}}{a-1}$	$\frac{MS_{Treatments}}{MS_E}$
بلوک ها	SS_{Blocks}	$b-1$	$\frac{SS_{Blocks}}{b-1}$	
خطا	SS_E	$(a-1)(b-1)$	$\frac{SS_E}{(a-1)(b-1)}$	
کل	SS_T	$N-1$		

این روش معمولاً در جدول تحلیل واریانس به صورت خلاصه، نظیر جدول ۳ ارائه می شود. محاسبات مورد نیاز معمولاً بوسیله یک نرم افزار آماری انجام می شود. با این حال، رابطه های مورد نیاز جهت محاسبه مربعات در روابط بالا را می توان از طریق بیان این جملات بر حسب مجموع بلوکی و تیماری (عاملی) به دست آورد. این رابطه ها عبارتند از:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (7)$$

$$SS_{Treatments} = \frac{1}{b} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (8)$$

$$SS_{Blocks} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (9)$$

$$SS_{Blocks} = \frac{1}{a} \sum_{j=1}^b y_{.j}^2 - \frac{y_{..}^2}{N} \quad (10)$$

در شکل زیر محاسبات در اکسل آمده است و همانگونه که مشخص است با اینکه اعداد یکی است اما SSE از ۲,۵ به ۲,۳۳ کاهش یافته است .

		بازرسی					
Yi.^2 =	Yi. =						
211600	460		153.0	153.0	154.0		
203852	451.5		151.0	150.5	150.0		
211140	459.5		153.5	153.0	153.0		
232324	482		160.5	161.5	160.0		
$\sum(y_{i.}^2) =$	858917	1853		y.. =	1853.0	b =	3
SSstretment =	171.417			بتوان ۲	3433609	a =	4
MSstretment =	57.1389			تقسیم بر N	286134	N =	12
$\sum(y_{.j}^2) =$	1144537		Y.j =	0	618	618	617
SSBlocks =	0.16667		Y.j^2 =	0	381924	381924	380689
مشاهدات تک تک بتوان ۲							
SSE =	2.333		0	23409	23409	23716	
MSE =	0.389		0	22801	22650.3	22500	
			0	23562	23409	23409	
			0	25760	26082.3	25600	
F _۰ =	146.929		0	0	0	0	
				$\sum(y_{ij}^2) =$	286308		
				SST =	173.9166667		

شکل ۵- تحلیل واریانس ، روش بلوک بندی
 [5,7,11,12,2]

روش آنالیز واریانس ANOVA به روش دو عاملی

و در پایان کاملترین روش یعنی روش دو عاملی بیان می گردد یعنی چند قطعه از یک نوع را در نظر می گیریم و محاسبات را با چند بازرس و یک ابزار و چند بار تکرار اندازه گیری هر قطعه انجام می دهیم . عموماً در اکثر موارد این روش مد نظر است و در آن خطای ناشی از اثر متقابل دو عامل (قطعه و اپراتور) نیز بررسی می گردد :

جدول ۴- جدول تحلیل واریانس برای مدل عاملی با دو عامل - اثرات ثابت

منبع تغییرات	مجموع مربعات	درجه های آزادی	میانگین مربعات	F_0
تیمار A	SS_A	$a-1$	$MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MS_E}$
تیمار B	SS_B	$b-1$	$MS_B = \frac{SS_B}{b-1}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MS_E}$
اثر متقابل	SS_{AB}	$(a-1)(b-1)$	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MS_E}$
خطا	SS_E	$ab(n-1)$	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n-1)}$	
کل	SS_T	$abn - 1$		

جهت انجام محاسبات آماری معمولاً از نرم افزارهای آماری استفاده می شود. با این حال، به راحتی می توان رابطه های محاسباتی دستی را برای مجموع مربعات تهیه نمود. مجموع مربعات کل را می توان طبق معمول براساس رابطه زیر محاسبه کرد:

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^n y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (11)$$

مجموع مربعات اصلی براساس رابطه های زیر محاسبه می شود:

$$SS_A = \frac{1}{bn} \sum_{i=1}^b y_{i..}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (12)$$

$$SS_B = \frac{1}{an} \sum_{j=1}^a y_{.j.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (13)$$

محاسبه SS_{AB} در دو مرحله می تواند از سهولت بیشتری برخوردار باشد. ابتدا، مجموع مربعات مربوط به مجموع ab سلول که مجموع مربعات جزئی نامیده می شود را محاسبه می کنیم:

$$SS_{Subtotals} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b y_{ij.}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn} \quad (14)$$

این مجموع مربعات شامل SS_A و SS_B است. بنابراین، در گام دوم SS_{AB} به صورت زیر محاسبه می شود:

$$SS_{AB} = SS_{Subtotals} - SS_A - SS_B \quad (15)$$

SS_E

را می توان از طریق تفریق به صورت زیر محاسبه کرد:

$$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A - SS_B \quad (16)$$

یا:

$$SS_E = SS_T - SS_{Subtotals} \quad (17)$$

[5,7,11,12,2]

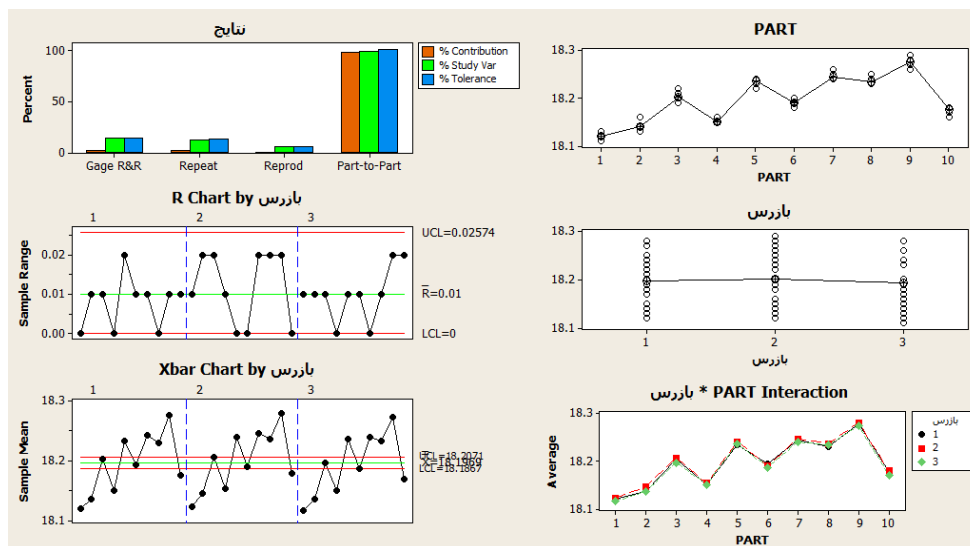
در زیر یک مثال حل شده از آدرس https://www.civilica.com/Paper-MNGCC01-MNGCC01_011.html در این زمینه آمده است [11]:

محصول: ۷۰۴		آیتم کنترلی: عرض کل	
تعداد تکرار: ۳		دقت ابزار: ۰.۰۱	
تعداد بازرسی: ۳		تعداد قطعه: ۱۰	

بازرس	قطعه ۱	قطعه ۲	قطعه ۳	قطعه ۴	قطعه ۵	قطعه ۶	قطعه ۷	قطعه ۸	قطعه ۹	قطعه ۱۰
۱	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۰	۱۸.۱۵	۱۸.۲۲	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۸	۱۸.۱۸
۱	۱۸.۱۲	۱۸.۱۳	۱۸.۲۱	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۲	۱۸.۲۵	۱۸.۲۳	۱۸.۲۷	۱۸.۱۷
۱	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۰	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۸	۱۸.۱۸
۲	۱۸.۱۳	۱۸.۱۶	۱۸.۲۰	۱۸.۱۶	۱۸.۲۴	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۷	۱۸.۱۸
۲	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۲	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۱۹	۱۸.۲۶	۱۸.۲۵	۱۸.۲۸	۱۸.۱۸
۲	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۰	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۹	۱۸.۱۸
۳	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۰	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۸	۱۸.۱۶
۳	۱۸.۱۱	۱۸.۱۳	۱۸.۱۹	۱۸.۱۵	۱۸.۲۳	۱۸.۱۹	۱۸.۲۴	۱۸.۲۴	۱۸.۲۶	۱۸.۱۷
۳	۱۸.۱۲	۱۸.۱۴	۱۸.۲۰	۱۸.۱۵	۱۸.۲۴	۱۸.۱۸	۱۸.۲۴	۱۸.۲۳	۱۸.۲۸	۱۸.۱۸

شکل ۶- اطلاعات پایه جهت تحلیل سیستمهای اندازه گیری

حال مثال را توسط minitab با روش ANOVA حل می نمایم:



شکل ۷. محاسبات آنالیز واریانس در شرایط قابل قبول

Two-Way ANOVA Table With Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P
PART	9	0.208862	0.0232069	1314.52	0.000
بازرس	2	0.000616	0.0003078	17.43	0.000
PART * بازرس	18	0.000318	0.0000177	0.36	0.990
Repeatability	60	0.002933	0.0000489		
Total	89	0.212729			

Two-Way ANOVA Table Without Interaction

Source	DF	SS	MS	F	P
PART	9	0.208862	0.0232069	556.776	0.000

بازرس	2	0.000616	0.0003078	7.384	0.001
Repeatability	78	0.003251	0.0000417		
Total	89	0.212729			

Gage R&R

Source	VarComp	(of VarComp)	%Contribution
Total Gage R&R	0.0000506		1.93
Repeatability	0.0000417		1.59
Reproducibility	0.0000089		0.34
بازرس	0.0000089		0.34
Part-To-Part	0.0025739		98.07
Total Variation	0.0026245		100.00

Source	Study Var StdDev (SD)	%Study Var (6 * SD)	%Tolerance (%SV)	(SV/Toler)
Total Gage R&R	0.0071099	0.042659	13.88	14.22
Repeatability	0.0064561	0.038736	12.60	12.91
Reproducibility	0.0029782	0.017869	5.81	5.96
بازرس	0.0029782	0.017869	5.81	5.96
Part-To-Part	0.0507338	0.304403	99.03	101.47
Total Variation	0.0512295	0.307377	100.00	102.46

Number of Distinct Categories = 10

با مطالعه جدول ANOVA Table در بالا، راحت تر می توانید اطلاعات فوق که خروجی MINITAB است را تحلیل نمایید. به

طور کلی محاسبات انجام شده با روش $(\bar{X} - R)$ دارای اطمینان کمتری در درستی، نسبت به روش ANOVA می باشند. [5,7,12, 11]

برای دستیابی به منوال MSA 4 (رفرنس MSA مورد استفاده در ایران) مربوط به AIAG سال ۲۰۱۰ در حال حاضر آدرس:

قابل استفاده http://www.rubymetrology.com/add_help_doc/MSA_Reference_Manual_4th_Edition.pdf

است.

نتیجه گیری

تجزیه و تحلیل سیستمهای اندازه گیری در دو دسته کمی و کیفی است که در این مبحث کاربرد تحلیل واریانس در روش کمی اهمیت خاصی دارند پس از تعیین تعداد قطعات و تعداد بازرسیهای مکرر، نسبت به انجام اندازه گیری توسط هر یک از بازرسان / ابزار اقدام و نتایج را در فرم آنالیز سیستم اندازه گیری داده ای کمی ثبت می کنیم . مثلاً یک اپراتور با یک ابزار باید حداقل ۵ مرتبه ۱۰ قطعه را کنترل نماید که از جداول مربوطه در کتب MSA این اطلاعات قابل استخراج است که تحلیل نحوه آنالیز واریانس در این محاسبات اگر چه کمتر مورد توجه و بررسی قرار گرفته است اما ریشه نتایج است و ما را در درک بهتر موضوع کمک می نماید در اینجا بیشتر تکرار پذیری و تکثیر پذیری مورد بحث بود اما تحلیل واریانس در سایر بخشهای MSA کمی مانند ثبات و تمایل و ارتباط خطی نیز کاربرد ریشه ای دارد که آشنایی با آن اهمیت زیادی دارد. و مهمترین برداشت از این کنکاش ، ارائه ایده در جهت افزایش راندمان MSA و کاهش زمان درگیری پرسنل واحد کنترل کیفیت و تضمین کیفیت شرکتها با موضوع MSA ، بدون کاهش در کارایی سیستمهای اندازه گیری می باشد . [7]

منابع و مراجع

- [1] Guldbergs , Christien . (2017) . Methods to correct and compute confidence and prediction intervals of models neglecting sub-parameterization heterogeneity . From the ideal toward practice Steen Department of Geoscience, Aarhus University, , Gade 2, 80 0 0 Aarhus C, Denma
- [2] P. Pinder , Jonathan . (2017) . Introduction to Business Analytics Using Simulation - School of Business Wake Forest University Winston-Salem, NC, United States - ScienceDirect ,
- [3] Xiang*, Rong . Jia W. , Ying Chen and Shuang Hu , Shen . (2017) . Method for assessing the quality of data used inevaluating the performance of recognition algorithms for fruits and vegetables College of Quality and Safety Engineering, China Jiliang University, Hangzhou, 310018, China,
- [4] Chapt , p. . (2016) Measurement_ Systems_ Analysis__ MSA_ Statistics_for_ Food_ Scientists_ ScienceDirect
- [5] Zanobini , Andrea . Sereni, Bianca and Ciani Catelani , Lorenzo . (2016) . Repeatability_and_Reproducibility_techniques_for_the_analysis_of_measuremen, , Marcantonio † Department of Information Engineering, University of Florence, Via Santa Marta, 3, 50139 Florence, Italy
- [6] Salzenstein , P. and Wu , T.Y. (2016) . Uncertainty_analysis_for_a_phase-detector_based_phase_noise_measurement_sys, Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Franche Comte Electronique Thermique Optique Sciences et Technologies (FEMTO-ST) Institute,15 B, Avenue des Montboucons, F25030 Besancon, France b National Metrology Centre, ASTAR, 1 Science Park Drive, Singapore 118221, Singapore
- [7] General Motors Corporation , Czubak , Frederick .Chrysler Group LLC, Gregory Gruska . Omnex , Steve Stahley . Cummins, Inc. and Benham , David . (June 2010) MEASUREMENT SYSTEMS ANALYSIS Reference Manual Fourth Edition (AIAG) Fourth Edition, Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, General Motors Corporation ISBN#: 978-1-60-534211-5 . This Reference Manual was developed by a Measurement Systems Analysis (MSA) Work Group, sanctioned by the Chrysler Group LLC, Ford Motor Company, and General Motors Corporation Supplier Quality Requirements Task Force, and under the auspices of the Automotive Industry Action Group (AIAG). The Work Group responsible for this Fourth Edition were Michael Down
- [8] Hirschberg , Joe and Lye , Jenny . (2017) . Inverting the indirect—The ellipse and the boomerang: Visualizing the confidence intervals of the structural coefficient from two-stage least squares . Economics, University of Melbourne, Australia
- [9] Pan , Jeh-Nan . I Li , Chung and Chen Ou Szu (2015) . Determining the optimal allocation of parameters for multivariate measurement system analysis .a Department of Statistics, National Cheng Kung University, Tainan 70101, Taiwan, ROC b Department of Applied Mathematics, National Chiayi University, Chiayi 60004, Taiwan, ROC
- [10] Asplund , Matthias and Lin , Jing . (2016) . Evaluating the measurement capability of a wheel profile measurement system by using GR&R . a Division of Operation and Maintenance Engineering, Luleå University of Technology, SE-97187 Luleå, Sweden b Swedish Transport Administration, SE-97102 Luleå, Sweden
- [۱۱] MSA . (2017) . abdi , amjad . (2017) . تکرار پذیری و تکثیر پذیری در تجزیه و تحلیل سیستم های اندازه گیری و کاربردهای جدید , تهران، دانشگاه پیام نور تهران شمال، دانشکده صنایع , کنفرانس مدیریت و حسابداری و مهندسی صنایع دوم شهریور
- [12] Yu , Yabin . Ying , Liu . Meng , Gong b . Zhaojun , Xu and Youpan , Fang a . (2017) . R&R study of using a stress wave timer to measure the elastic modulus of structural dimension lumber . a College of Mechanical and Electronic Engineering, Nanjing Forestry University, Jiangsu 210037, China b Wood Science and Technology Centre, University of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick E3C 2G6, Canada .